12- Na figura acima, as circunferências λ_1 e λ_2 são tangentes no ponto C e tangentes à reta r nos pontos E e F , respectivamente. Os centros, O_1 e O_2, das circunferências pertencem à reta s. Sabe-se que r e s se interceptam no ponto A, formando um ângulo de 30º.

Se $\overline{AE}$ mede $2\sqrt{3}$ cm, então os raios das circunferências λ_1 e λ_2 medem, respectivamente,

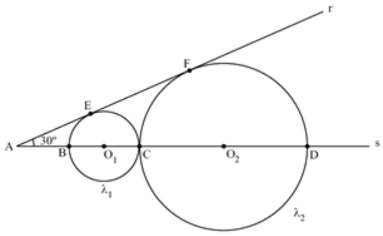
a) $\sqrt{3}$ cm e $\sqrt{15}$ cm

b) $\sqrt{3}$ cm e 2 cm

c) 2 cm e 6 cm

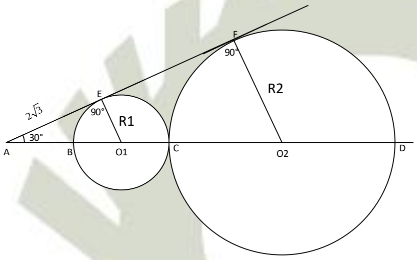
d) 2 cm e 4 cm

e) $2\sqrt{3}$ cm e 4 cm



Resolução

Realizando algumas construções temos :



No triângulo AEO_1, devemos lembrar que o cateto oposto a 60º equivale a $\frac{Hipotenusa}{2}\sqrt{3}$, assim :

$AO_1 = 4$ e $R_1 = 2$

Assim temos :

$AO_1 = 4$; $AC = 6$ e $AO_2 = 6 + R_2$, então no triângulo AFO_2 , podemos aplicar seno de 30° , então :

$$sen30° = \frac{R_2}{6+R_2} \therefore \frac{1}{2} = \frac{R_2}{6+R_2} \therefore 6 + R_2 = 2R_2 \therefore R_2 = 6$$

Assim os raios são 2 e 6 .

Questão 13- Um atirador, em um único tiro, tem probabilidade de 80% de acertar um específico tipo de alvo. Num exercício ele dá seis tiros seguidos nesse mesmo tipo de alvo. Considerando-se que os tiros são independentes, em cálculo aproximado, qual é a probabilidade de o atirador errar o alvo pelo menos duas vezes?

Resolução:

P(acertar)=0,8

P(errar)=0,2

Se o atirador deve errar pelo menos 2, deve ser dois acertos ou mais (2, 3, 4, 5 ou 6). O que não pode acontecer é ele errar apenas 1 ou nenhum.

Se somar todos os casos possíveis, deve dar 100%, então:

- Probabilidade de errar todos os tiros (acertar todos)

$$P_0 = (0{,}8)^6 = 0{,}262$$

- Probabilidade de errar 1 tiros (acertar 5 e errar 1)

$$P_1 = (0{,}2).(0{,}8)^5.6 = 0{,}393$$

$$0{,}262 + 0{,}393 + x = 1$$

$$x = 0{,}345 = 34{,}5\%$$

14-Simplificando a expressão

E = (sec x – cos x) . (cossec x – sen x) . (tg x + cotg x), obtém-se:

a) E = sen x b) E = cos x c) E = tg x d) E = 0 e) E = 1

$$E = \left(\frac{1}{\cos x} - \cos x\right)\left(\frac{1}{senx} - sen\, x\right)\left(\frac{senx}{cosx} + \frac{cosx}{senx}\right)$$

$$= \left(\frac{1-cos^2x}{\cos x}\right)\left(\frac{1-sen^2x}{senx}\right)\left(\frac{sen^2x+cos^2x}{cos\,x.senx}\right)$$

$$= \left(\frac{sen^2x}{\cos x}\right)\left(\frac{cos^2x}{senx}\right)\left(\frac{1}{cos\,x.senx}\right)$$

$$= \left(\frac{sen^2x.cos^2x}{\text{sen}^2\text{xcos}^2 x}\right) = 1.$$

Letra E

Resolução:

Questão 15- No plano, com o sistema de coordenadas cartesiano usual, a área do quadrilátero convexo cujos vértices são os pontos de interseção das elipses representadas pelas equações $x^2 + 2y^2 = 2$ e $2x^2 + y^2 = 2$ é

u. a. $\equiv$ unidade de área

a) $\frac{9}{2}$ u. a.
b) $\frac{8}{3}$ u. a.
c) $\frac{7}{3}$ u. a.
d) $\frac{5}{3}$ u. a.

Resolução:

Desde que $y^2 = 2 - 2x^2$, temos

$$x^2 + 2y^2 = 2 \Leftrightarrow x^2 + 2(2 - 2x^2) = 2$$
$$\Leftrightarrow x^2 = \frac{2}{3}$$
$$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{\frac{2}{3}}.$$

Logo, vem

$$y^2 = 2 - 2 \cdot \frac{2}{3} \Leftrightarrow y^2 = \frac{2}{3}$$
$$\Leftrightarrow y = \pm\sqrt{\frac{2}{3}}.$$

Portanto, como o quadrilátero de vértices $\left(-\sqrt{\frac{2}{3}}, -\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$, $\left(-\sqrt{\frac{2}{3}}, \sqrt{\frac{2}{3}}\right)$, $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}, -\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$ e $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}, \sqrt{\frac{2}{3}}\right)$ é um quadrado de lado $2\sqrt{\frac{2}{3}}$, segue que a resposta é

$$\left(2\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 = \frac{8}{3} \text{ u.a.}$$

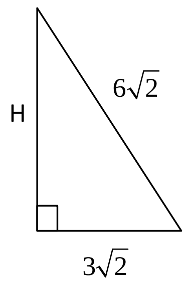
7- São dados dois cones equiláteros C1 e C2 tais que a área total de C2 é o dobro da área total C1 e que o raio da base de C1 é 3 cm. O volume do cone C2, em centímetros cúbicos, é:

Resolução:

Como sabemos todo cone equilátero é válida a relação g = 2.R , assim temos :

$$2.A_{tc1} = A_{tc2}$$
$$2.3.3^2.\pi = 3.R^2.\pi$$
$$R = 3.\sqrt{2}$$

No cone C_2 temos :



Por Pitágoras temos :

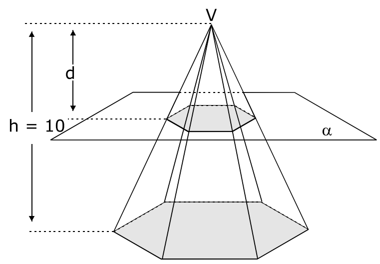
$$H^2 + 18 = 72 \therefore H = \sqrt{54} \therefore H = 2\sqrt{6}$$

Finalmente o Volume de C_2, é :

$$V = \frac{\pi R^2.H}{3} = \frac{18.3.\sqrt{6}}{3} = 18\sqrt{6}$$

16-Seja uma pirâmide regular de base hexagonal e altura 10 m. A que distância do vértice devemos cortá-la por um plano paralelo à base de forma que o volume da pirâmide obtida seja $\frac{1}{8}$ do volume da pirâmide original?

a) 2 m
b) 4 m
c) 5 m
d) 6 m
e) 8 m



Resolução:

Sendo V_1 o volume da pirâmide de altura "d" e V o volume da pirâmide de altura h = 10 m, tem-se:

Av. Barão do Rio Branco, 1843, sala 27.
cursosirius.com.br
@cursosirius

$$\frac{V_1}{V}=\frac{1}{8} \text{ e } \frac{V_1}{V}=\left(\frac{d}{h}\right)^3$$

Assim:

$$\left(\frac{\text{d}}{10\text{ m}}\right)^3=\frac{1}{8} \Leftrightarrow \frac{\text{d}}{10\text{ m}}=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \text{d}=5\text{ m}$$

18-Quantos números inteiros e estritamente positivos satisfazem a sentença $\frac{1}{x-20}\leq\frac{1}{12-x}$?

a) 16 b) 15 c) 14 d) 13 e) menos que 13

Resolução:

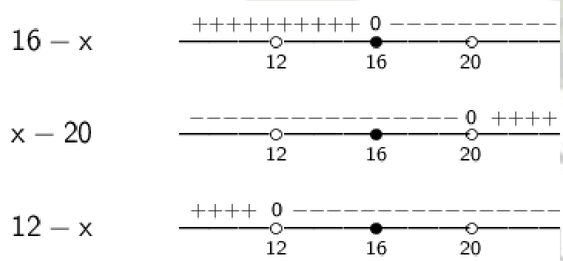
Neste caso, não é possível multiplicar cruzado, então:

$$\frac{1}{x-20}-\frac{1}{12-x}\leq 0$$

$$\frac{12-x-x+20}{(x-20)12-x)}\leq 0$$

$$\frac{-2x+32}{(x-20)12-x)}\leq 0$$

Realizando o estudo do sinal de cada uma das funções, tem-se que:



Como queremos que o quociente seja **menor ou igual a zero**, o intervalo de interesse é

$$x < 12 \quad \text{ou} \quad 16 \leq x < 20.$$

Estamos interessados apenas nos inteiros estritamente positivos. Logo, o conjunto solução será

$$S=\{1, 2, 3, \ldots, 10, 11\}\cup\{16, 17, 18,$$

e o total de elementos do conjunto acima é

$$11+4=15 \text{ elementos} \qquad \checkmark$$

19-No produto de matrizes

$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$,o valor de bc – ad é:

a) 0 b) $\frac{1}{50}$ c) $\frac{-1}{20}$ d) $\frac{-1}{5}$ e) $\frac{1}{10}$

Resolução:

Multiplicando as duas matrizes, obtém-se

$$\begin{pmatrix} 2c & 2d \\ 5a-c & 5b-d \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Então, tem-se o sistema:

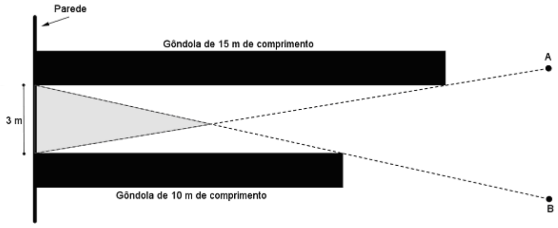
$$\begin{cases} 2c=1 \\ 2d=0 \\ 5a-c=0 \\ 5b-d=1 \end{cases}$$

Dessa forma, tem-se que $c=\frac{1}{2}, d=0; a=\frac{1}{10}; b=\frac{1}{5}$

Então, $bc-ad=\frac{1}{10}$

Letra E

20- Em um supermercado, existem duas câmeras de vídeo instaladas nos pontos A e B. Há duas gôndolas posicionadas perpendicularmente à parede, uma de 15 metros e a outra de 10 metros de comprimento, distantes 3 metros entre si. A região na cor cinza corresponde à área em que as câmeras não conseguem captar imagem. Veja a planta baixa na ilustração:

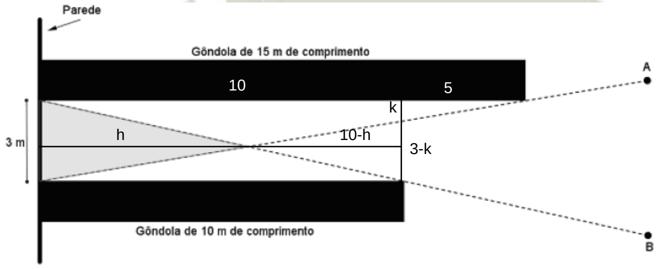


A área da região na cor cinza, em m², mede:

a) 7,5   b) 9   c) 10   d) 15   e) 18

Resolução:

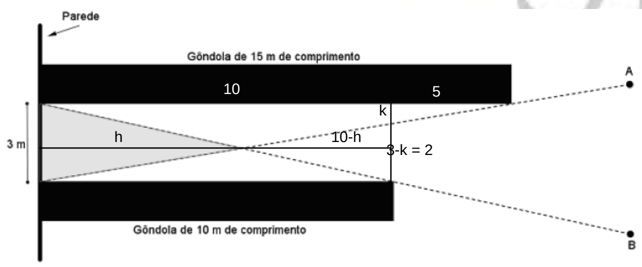
Por construção temos:



Por semelhança temos:

$$\frac{k}{3} = \frac{5}{15} \therefore k = 1$$

Assim passamos a ter:



Novamente por semelhança temos:

$$\frac{2}{3} = \frac{10-h}{h} \therefore 2h = 30 - 3h \therefore h = 6$$

Então a área da região em cinza é dado por:

$$A = \frac{3.6}{2} \therefore A = 9$$

Alternativa: B